

Глава VII “Системы двух уравнений с двумя нех и у, известными”

Линейное уравнение с двумя неизвестными x и y

Опр. Уравнение первой степени (линейное уравнение) с двумя неизвестными x и y называется уравнение вида

$$ax + by = c$$

где a, b, c – заданные числа, причем хотя бы одно из чисел a и b не равно нулю, т.е. $a^2 + b^2 \neq 0$.

Числа a и b называются **коэффициентами** при неизвестных x и y , число c – **свободным членом**.

Опр. **Решить уравнение** – значит найти все его решения или установить, что решений нет.

Опр. **Решением линейного уравнения с двумя неизвестными x и y** называется упорядоченная пара чисел $(x; y)$, при подстановке которых в это уравнение получается верное числовое равенство

Пример: $13x + 5y = 41$ – линейное уравнение с двумя неизвестными x и y , Решить такое уравнение можно методом подбора, тогда установим, что $x = 2, y = 3$ – решение уравнения $13x + 5y = 41$ т.к.

$$13 \cdot 2 + 5 \cdot 3 = 41$$

$$26 + 15 = 41$$

$41 = 41$ – верно, при подстановке получили верное числовое равенство.

Ответ: $(2; 3)$ решение уравнения $13x + 5y = 41$.

Системы уравнений

Опр.: **Системой уравнений** называют два уравнения с двумя неизвестными (чаще всего неизвестные в них называют « x » и « y »), которые объединены в общую систему фигурной скобкой.

Пример:

$$\begin{cases} y = 1 - 2x \\ y = x - 5 \end{cases}$$

Фигурная скобка, *стоящая слева*, показывает, что нужно найти такую пару чисел $(x; y)$, которая обращает каждое уравнение в верное равенство.

Опр.: **Решением системы двух уравнений с двумя неизвестными** называют такую **пару чисел x и y** , которые при подстановке в эту систему обращают каждое ее уравнение в верное равенство.

Опр.: **Решить систему уравнений** – это значит найти все её решения или установить, что их нет.

Алгоритм решение системы уравнений способом подстановки

Шаги:	Пример:
1. Выразить в одном из уравнений одну переменную через другую	$\begin{cases} y + 2x = 1 \\ x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = 1 - 2x}$ замена
2. Замену подставить в другое уравнение вместо выраженной переменной. Решить уравнение.	$\begin{aligned} x - (1 - 2x) &= 5 \\ x - 1 + 2x &= 5 \\ x + 2x &= 5 + 1 \\ 3x &= 6 \\ x &= 2 \end{aligned}$
3. Полученное значение переменной подставить в замену.	$y = 1 - 2 \cdot 2 = 1 - 4 = -3$
4. Запишите ответ.	Отв: $(2; -3)$ или $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$ $x \quad y$

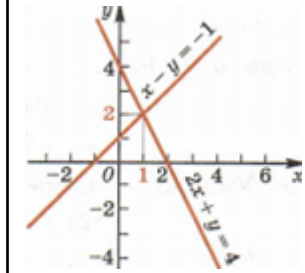
Правило 1. При сложения уравнений системы левая часть первого уравнения полностью складывается с левой частью второго уравнения, а правая часть первого уравнения – с правой частью второго.

Правило 2. При умножении уравнения на число, на это число умножается **каждый** член уравнения.

Алгоритм решение системы уравнений способом сложения

Шаги:	Пример:
1. Умножить уравнения на такие числа, чтобы одна из переменных имела противоположные коэффициенты	$\begin{cases} x + 2y = 5 \uparrow \cdot 2 \\ 2x + y = 4 \uparrow \cdot (-1) \end{cases} \Rightarrow$
2. Сложить уравнения. Решить полученное уравнение, с одной переменной	$+ \begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ -2x - y = -4 \end{cases}$ $\underline{3y = 6}$ $y = 2$
3. Полученное значение переменной подставить в любое уравнение.	$x + 2 \cdot 2 = 5$ $x = 1$
4. Запишите ответ.	Отв: (1; 2) или $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ x y

2. Найти координаты точки пересечения построенных прямых (если они пересекаются)



3. Запишите ответ.

Отв: (1; 2) или $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$
x y

При графическом способе решения системы уравнений с двумя неизвестными обычно **получается приближенное решение**. Решение системы уравнений способами подстановки и сложения дает точные значения координат точки пересечения.

!!! На плоскости возможны три случая взаимного расположения двух прямых - графиков уравнений системы.

- 1) прямые пересекаются, т.е. имеют одну общую точку. Тогда система уравнений имеет единственное решение.
- 2) Прямые параллельны, т.е. не имеют общих точек. Тогда система уравнений не имеет решений.
- 3) Прямые совпадают. Тогда система имеет бесконечно много решений.

Алгоритм решение системы уравнений графическим способом

Шаги:	Пример: $\begin{cases} x - y = -1, \\ 2x + y = 4. \end{cases}$												
1. Построить графики каждого из уравнений	<div><div>$x - y = -1$</div><table><tr><td>x</td><td>0</td><td>-1</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>0</td></tr></table></div> <div><div>$2x + y = 4$</div><table><tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>4</td><td>0</td></tr></table></div>	x	0	-1	y	1	0	x	0	2	y	4	0
x	0	-1											
y	1	0											
x	0	2											
y	4	0											